

MECHANIKA TEKUTIN

Tekutiny zahrnují kapaliny a plyny. Společnou vlastností tekutin je, že částice mohou být snadno od sebe odděleny (nemají vlastní stálý tvar apod.). Reálné tekutiny mají něco jako vnitřní tření = viskozitu, takže např. proud uprostřed trubice, ve které se tekutina pohybuje, je rychlejší než při okrajích. Ideální tekutina by měla stejnou rychlost v celém průřezu.

Ideální kapaliny jsou nestlačitelné, což víceméně platí i pro reálné kapaliny.

Ideální plyny mohou být stlačeny na nulový objem.

A: STATIKA TEKUTIN

1. Tlak v kapalinách

- opakování:

$$\text{tlak } p = \frac{F}{S}$$

$$[p] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa} \text{ (pascal)}$$

tlak je skalár!!!

$$\text{hustota } \rho = \frac{m}{V}$$

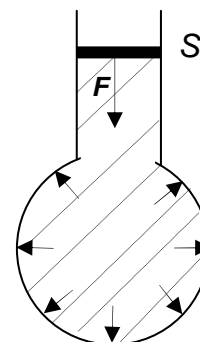
$$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

a) tlak vyvolaný vnější silou působící na kapalinu v uzavřené nádobě

Pascalův zákon

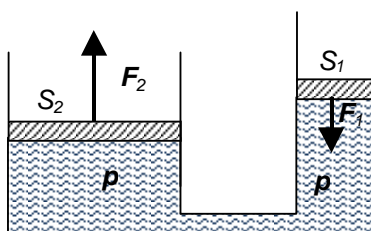
$$p = \frac{F}{S}$$

tento tlak je stejný ve všech místech kapaliny



Podle Pascalova zákona tlak aplikovaný na jakoukoli část uzavřené tekutiny se přenáší do všech ostatních částí.

Použití: hydraulická zařízení (brzdy, hydraulické zvedáky...)

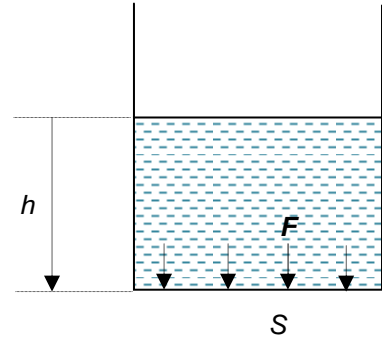


$$p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

b) tlak vyvolaný sloupcem kapaliny (v tíhovém poli)

Jelikož molekuly kapaliny jsou přitahovány k Zemi, tlak poroste s rostoucí hloubkou (měřeno od volného povrchu kapaliny!).

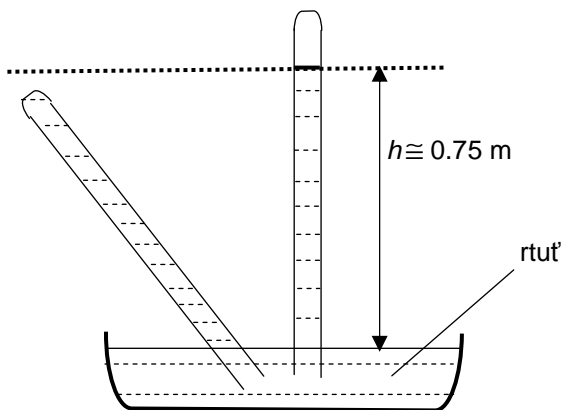
$$p_h = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{V\rho g}{S} = \frac{Sh\rho g}{S} = h\rho g$$



2. Použití sloupců kapaliny

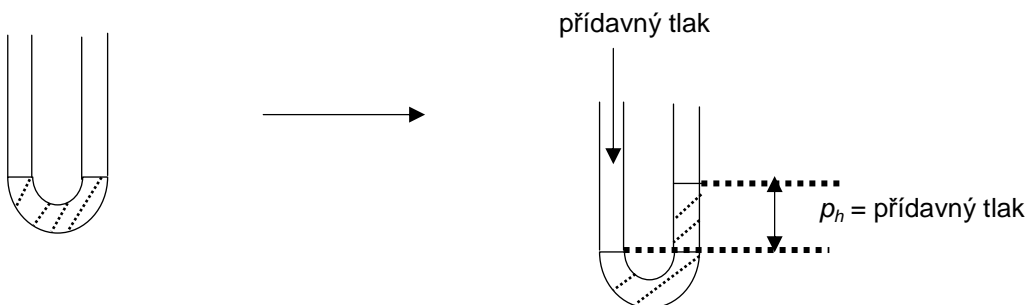
a) manometry (měření tlaku)

i) Toricelliho pokus – základ pro měření atmosférického tlaku p_a



$$p_h = h\rho g = 0,75\text{ m} \times 13600\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 9,81\text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 10^5\text{ Pa} = p_a$$

ii) v laboratoři



b) měření hustoty

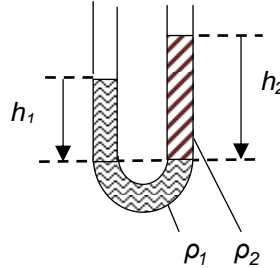
i) nemísitelné kapaliny

ρ_1 ... známá, ρ_2 ... neznámá

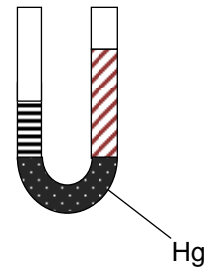
$$\rho_{h1} = \rho_{h2}$$

$$h_1 \rho_1 g = h_2 \rho_2 g$$

$$\rho_2 = \frac{h_1 \rho_1}{h_2}$$



ii) mísitelné kapaliny – měly by být odděleny rtutí – odvoďte rovnici.



Otázky:

1. Písty hydraulického lisu mají průřezy 5 cm^2 a 400 cm^2 . Jestliže působíme silou 100 N na úzký píst, určete tlak vzniklý v kapalině a také sílu působící na širší píst.
2. Jaká hydrostatická síla působí na dno vodní nádrže v hloubce 5 m , jestliže plocha dna je 50 m^2 ? Jaký je tlak v této hloubce?
3. Potápěč sestoupil na dno jezera do hloubky 11 m . Jaký je tam tlak?
4. V jednom rameni trubice ve tvaru písmene U je voda, ve druhé je olej. Výška vody nad společným rozhraním je $7,2 \text{ cm}$, výška oleje je $8,0 \text{ cm}$. Určete hustotu oleje.
5. Jaká síla působí na plochu $1,1 \text{ dm}^2$ při atmosférickém tlaku 1000 hPa ?
6. Turista změřil na úpatí kopce atmosférický tlak 1025 hPa a na vrcholku tlak 950 hPa . Jaký výškový rozdíl překonal?
7. Skleněná zátka byla zvážena ve vzduchu a poté zcela ponořena do vody a znovu zvážena. Získaná hodnota tíhové síly na vzduchu je $2,4 \text{ N}$ a ve vodě $2,0 \text{ N}$. Při dané hustotě vody $1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ spočítejte hustotu zátky.
8. Jaká minimální síla je potřeba k zakrytí otvoru z vnitřní strany lodi, který je zcela pod vodou? Otvor je v hloubce 4 m a má plochu 5 cm^2 .
9. V jaké hloubce je tlak ve vodě 10 krát větší než atmosférický tlak 10^5 Pa ?

3. Archimédův zákon – tělesa ponořená v kapalině jsou “nadlehčována“

- síly F , F' mají stejnou velikost (proč?) a vzájemně se ruší (proč?)
- $F_1 = Sp_{h_1} = Sh_1\rho g$ síla působící na horní stěnu
- $F_2 = Sp_{h_2} = Sh_2\rho g$ síla působící na dno
- vztlak (vztlaková síla) $F_{VZ} = F_2 - F_1$

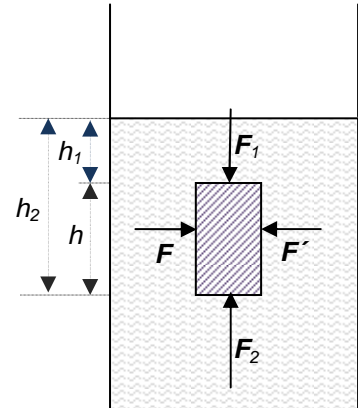
$$F_{VZ} = Sh_2\rho g - Sh_1\rho g = Spg(h_2 - h_1) = Spgh = V_B\rho_L g$$

V_B ... objem ponořeného tělesa ρ_L ... hustota kapaliny

vztlak = tíha kapaliny stejného objemu jako je objem tělesa

F_{VZ} závisí pouze na a

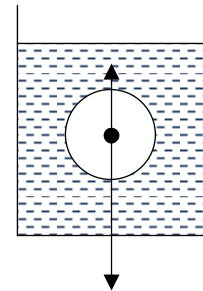
F_{VZ} NEZÁVISÍ na a



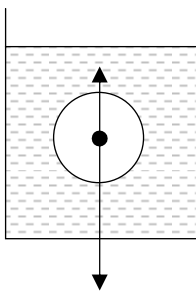
4. Chování těles ponořených v kapalině

závisí na výsledné síle (složky = tíhová síla a vztlak)

vyznačte na obrázku: vztlak (F_{VZ})
tíhovou sílu (F_g)
objem tělesa (V_B)
hustota kapaliny (ρ_L)

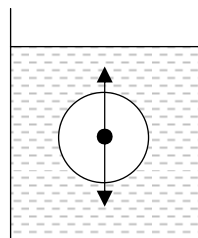


a)



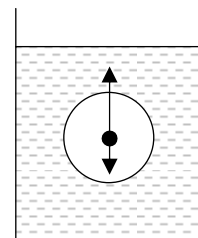
$F_{VZ} < F_g$
 $V_B\rho_L g < V_B\rho_B g$
 $\rho_L < \rho_B$
těleso klesá ke dnu

b)



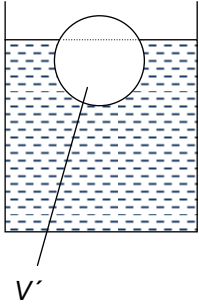
$F_{VZ} = F_g$
 $V_B\rho_L g = V_B\rho_B g$
 $\rho_L = \rho_B$
těleso se volně
vznáší v kapalině
v libovolné hloubce

c)



$F_{VZ} > F_g$
 $V_B\rho_L g > V_B\rho_B g$
 $\rho_L > \rho_B$
těleso stoupá, dokud
není částečně ponořeno

5. Částečně ponořené těleso



objem ponořené části
(ne celý)

stoupá, dokud není částečně ponořeno – dokud se tíhová síla nevyrovná vztlačkové síle
nulová výslednice sil = žádný pohyb

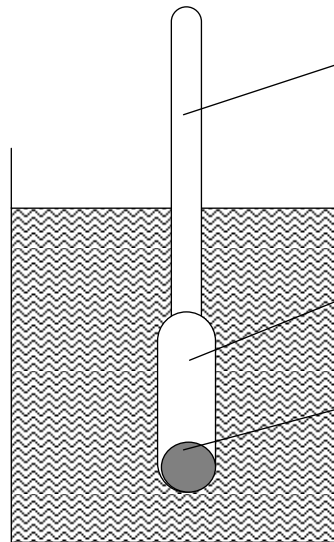
$$F'_{vz} = F_g$$

$$V'_B \rho_L g = mg$$

$$V'_B \rho_L = m \quad \dots \text{platí pouze pro ČÁSTEČNĚ ponořená tělesa}$$

(hmotnost kapaliny vytlačené tělesem = hmotnost celého tělesa)

Použití - hustoměr



skleněná trubice se stupnicí
uvnitř (Nižší hodnoty jsou nahoře
nebo dole?)

baňka
(Jaká je její funkce?)

olověné závaží
(Jaká je jeho funkce?)

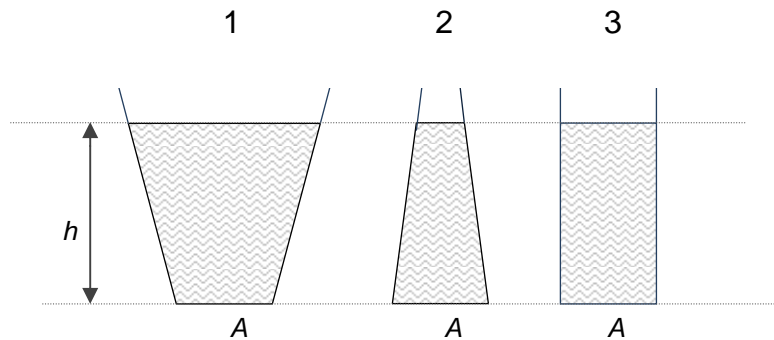
6. Hydrostatický paradox

Kapalina v nádobách je stejná a dosahuje do stejné výše. Tlak působící na dno je stejný, ačkoliv v nádobách je kapalina o různých hmotnostech.

$$p_{h1} = p_{h2} = p_{h3} = h\rho g$$

$$F_1 = F_2 = F_3 \dots \text{síla působící na dno}$$

$$F_{g1} \neq F_{g2} \neq F_{g3} \dots \text{tíhová síla}$$



Ve které nádobě se tíhová síla rovná hydrostatické síle působící na dno? Proč je v jiných případech větší/menší?

Otázky:

10. Ledová kra má tvar čtvercové desky plochy 1 m^2 a šířky 35 cm. Jaká bude minimální hmotnost závaží, které má být položeno doprostřed kry, tak aby byla kra zcela ponořena ve vodě?
11. 1000 g závaží z a) mědi b) hliníku je ponořeno do vody. Na které závaží působí větší vztlaková síla: na a) nebo na b)?
12. Ledovec plave ve vodě. Jaká jeho část je ponořena? (vyjádři v procentech)
13. Papírová lodička o hmotnosti 3 g plave na hladině vody. Na dno loďky je položeno závaží o hmotnosti 16 g.
- Určete objem ponořené části.
 - Zjistěte, jak se změní objem, jestliže vytáhneme závaží z loďky.

L2/ 308-349

Vysvětlete pohyb balónů.

B: DYNAMIKA TEKUTIN

Ideální tekutiny

Následující dvě rovnice platí pouze pro ideální KAPALINU, protože předpokládáme stálou hustotu (nestlačitelnost). Budeme předpokládat **ustálené proudění** – proudnice se navzájem neprotínají, ani nevrací zpět.

1. Rovnice kontinuity

= zákon zachování HMOTNOSTI proudící kapaliny – hmotnost kapaliny protékající jakýmkoli průřezem za určitý čas musí být stejná

Nakresli proudnice a vektory rychlosti \mathbf{v}_1 a \mathbf{v}_2 v trubici:



$$m_1 = m_2$$

$$\rho V_1 = \rho V_2$$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

$$Sv = \text{konst}$$

2. Bernoulliho rovnice

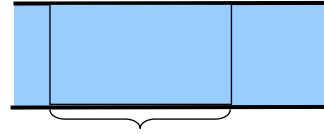
= zákon zachování ENERGIE pro proudící kapalinu

$$E = E_K + E_P = \text{konst}$$

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\rho\Delta Vv^2$$

$$E_P = W = Fs = pSs = p\Delta V$$

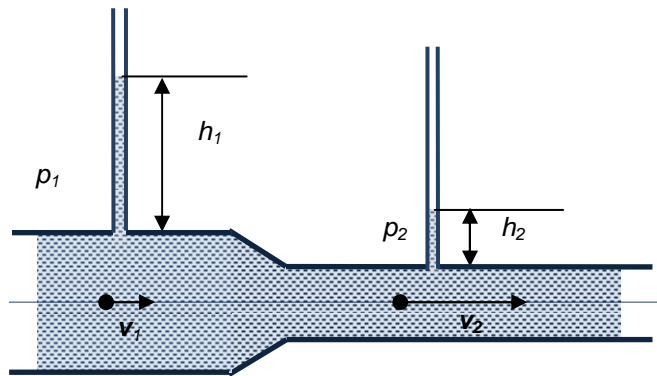
$$\frac{1}{2}\rho\Delta Vv^2 + p\Delta V = \text{konst} \quad /\Delta V$$



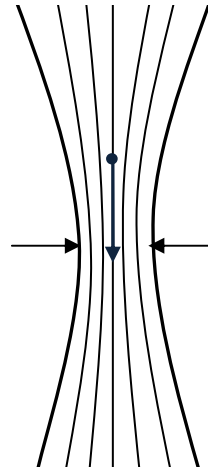
$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p = \text{konst}$$

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2$$

problém – jak určit p ?

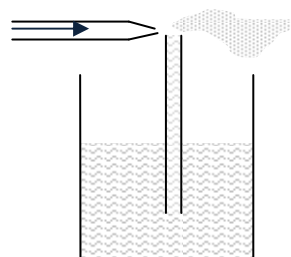


Hydrodynamický paradox
užší část – NIŽŠÍ p !!!



3. Aplikace

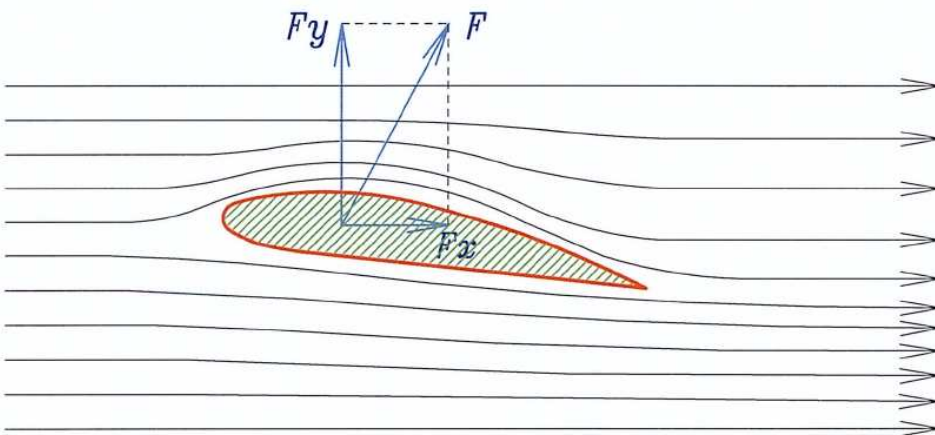
- trysky



rozprašovač barvy

Vyhledej v doplňkových materiálech nebo v jiných zdrojích příklady použití tohoto jevu a načrtni obrázky:

- Bunsenův kahan
- filtrační čerpadlo
- pohyb rotujícího míčku
- profil nosné plochy letadel - vzniká aerodynamická vzlaková síla kolmá ke směru pohybu letadla (podobně u křídlové lodi)



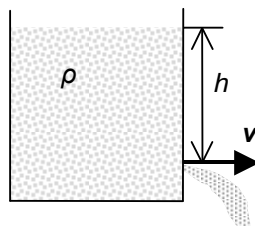
4. Rychlost kapaliny vytékající z nádoby

$$E_p \rightarrow E_k$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \quad / : m$$

$$2hg = v^2$$

$$v = \sqrt{2hg}$$



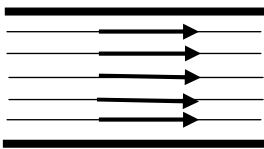
Otázky:

- 14. 30 000 l vody proteče potrubím o průřezu $A = 400 \text{ cm}^2$ za 20 min. Určete rychlost vody.
- 15. Voda proudí rychlostí $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ hadicí o průřezu 15 cm^2 . Určete rychlost vody proudící zúženým místem o průřezu $0,6 \text{ cm}^2$?
- 16. Zahradnická hadice má průřez 5 cm^2 a v zúženém místě má průřez 1 cm^2 . Voda stříká vodorovně z trysky ve výšce 90 cm nad zemí. Proud vody dopadá na zem ve vzdálenosti 2 m. Jaká je rychlost vody v hadici?
- 17. Určete rychlost vody proudící vodorovnou trubicí o průřezu 15 cm^2 , jestliže je v zúženém místě o průřezu 5 cm^2 tlak snížen o 400 Pa? Zanedbejte viskozitu vody.
- 18. Odměrný válec obsahuje 1000 cm^3 vody, která dosahuje do výše 20 cm. Válec má malý kruhový otvor blízko podstavu, kterým voda vytéká ven. Průměr otvoru je 0,6 mm.
 - a) Jaká je počáteční rychlost unikající vody (výtoková rychlost)?
 - b) Jaký je počáteční objemový průtok vody?

L2/350-363

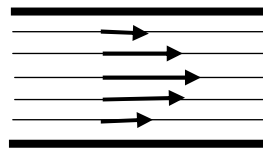
Reálné tekutiny

ideální tekutina – nulová viskozita

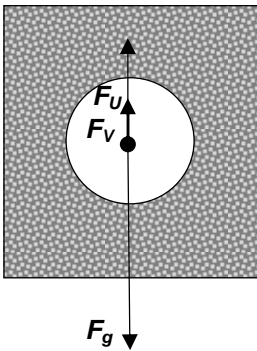


rychlosti uvnitř

reálná tekutina – viskózní (η - koeficient viskozity)



Britský systém – pohyb KOULE v jakékoliv reálné tekutině (η)



Jaké síly působí na kouli pohybující se svisle v reálné kapalině?

F_g –, $\downarrow (mg)$

F_{VZ} –, $\uparrow (= \rho_L V_B g)$

F_V –, působí proti pohybu – jako třecí síla

$F_V = 6\pi R\eta v$ Stokesova rovnice

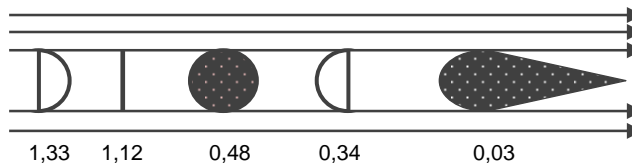
poloměr a rychlost koule

Urči směr pohybu koule na obrázku a napiš rovnici pro všechny síly působící na kouli. Odporová síla závisí na rychlosti. Proto jestliže je tíhová síla větší než vztlak (podobně jako na obrázku), jejich výslednice zpočátku směřuje dolů a koule se pohybuje se zrychlením ve stejném směru jako výslednice. Jak rychlost roste, odporová síla také roste, což zmenšuje velikost výslednice (a tedy i zrychlení), dokud se síly nevyrovnají. Jakmile je výslednice nulová, koule se pohybuje s konstantní rychlostí – konečná rychlost v_t .

když $v < v_t$ $\vec{F}_g + \vec{F}_V + \vec{F}_U = \vec{F}_R \neq 0$

když $v = v_t = \text{konst.}$ $\vec{F}_g + \vec{F}_V + \vec{F}_U = \vec{F}_R = 0$

Český systém – pohyb objektů (různých tvarů – C) ve vzduchu, koeficient viskozity je v rovnici nahrazen hustotou vzduchu ☹️



$$F_V = \frac{1}{2} C \rho S v^2 \quad \text{Newtonova rovnice}$$

C... součinitel odporu

Problém: Parašutista dosáhne po seskoku konečné rychlosti. Pak se mu otevře padák a jeho rychlost se zmenší. Určete síly působící v obou situacích a vysvětlete, které síly se změnily, když se padák otevřel.

Otázky: L2/364-366

Výsledky:

1. 200 kPa, 8 kN
2. 50 kPa, 2 500 kN
3. 210 000 kPa
4. $900 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
5. 1 100 N
6. 580 m
7. $6\,000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
8. 20 N
9. 90 m
10. 35 kg
12. 90 %
13. 19 cm^3 , 16 cm^3
14. $0,625 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
15. $25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
16. $0,94 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
17. $0,32 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
18. $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $0,56 \text{ cm}^3\cdot\text{s}^{-1}$